

261. loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemple, appli

Plan:

I. loi d'une variable aléatoire

a) lois discrètes et à densité [CHAP]

- def v.a. + loi d'une v.a. (cas général) p.21 [CHAP]
- def v.a. discrète + loi v.a. discrète p.21 [CHAP]
- densité + densité p.22 [CHAP]
- faire annexe avec lois nouvelles

b) Vecteurs aléatoires [CHAP]

- def loi couple + rmq généralise à n variables + loi couple $(X, Y) \Rightarrow$ connaît loi de X et Y (loi marginales) + rmq si X, Y densité $\Rightarrow (X, Y)$ densité + des lois marginales a a pas loi des couple. p.25-26 [CHAP]

c) Variables aléatoires indépendantes [CHAP]

- def v.a. indep + caract par $P_{X_1, \dots, X_n} = P_{X_1} \otimes \dots \otimes P_{X_n}$ + indep. pour v.a. discrètes et à densité. p.26-27 [CHAP]
- Σ de v.a. indep cas discret et densité p.28-29 [CHAP]

d) Espérances et moments d'une variable aléatoire [CHAP]

- def de l'espérance + thm transfert + moment d'une v.a. + def var et σ^2 + si moment ordre k existe alors tout ceux $k' \leq k$ existant + ppt E et var + interprétation projection ... timmy. Kakov et B.T. p.35-38 [CHAP]

II. Caractérisations de lois par des fonctions

a) Fonctions de répartition [CHAP]

- def F_X + ppt F caillay + sont = atomes + def F^- + $F(TU)$... p.35-38 [CHAP]
- + $f = F'_X$ si densité

b) Fonctions génératrices [CHAP]

- def. fct génératrice + rmq sur rayo cv + fct génératrice $\Rightarrow$ connaissance loi + $G_{X+Y} = G_X G_Y$ + dérivées fac avec Poisson + somme de mb aléa de v.a. + ex Poisson [CHAP] p.44-45

c) Fonctions caractéristiques [CHAP] [CONV] [COT]

- def. fct caractéristique + lien T.F. + écriture pour loi à densité + $\phi_{X,Y}(t) = \phi_X(t) \phi_Y(t)$ + $\phi_{X+Y}(t) = e^{it\mu} \phi_X(t)$ + $\phi_{X,Y}(t) = \phi_X(t) \phi_Y(t)$ (X, Y indep) + X v.a. asymétrique $\Rightarrow \phi_X$ réelle + $\phi_X^{(k)} = i^k E(X^k)$ p.43-44 [CHAP]

Si ϕ_X le fct caractéristique, alors ... [CONV] p.46

- Trouver densité à partir fonction car p.45 [CHAP]
- fonction car. loi Γ p.41 [COT] + moments DEV1

III. Convergence en loi des variables aléatoires [CHAP] [CONV] [COT]

- def cv en loi p.57 [CHAP]
- thm de Levy p.57 [CHAP] ou [CONV]
- cv en loi et fonction répartition p.57 [CHAP] cv loi continue p.33 [COT] + appli 26, p.41 p.42 [COT]
- lemme Scheffé + $f(x) \geq 0$ + $\int f(x) dx = 1$ + cv proba $\Rightarrow$ cv loi + réciproque si cte + Slutsky p.57-61 [CHAP]
- TCL p. [CONV] (Levy + TCL = DEV2)
- marche aléa CO, TS cv loi $B(p, 1-p)$ DEV4 [CONV] p.522

Références:

- [CHAP]: Elhakem, proba stat agras
- [CONV]: Ouhad, proba T2
- [COT]: Cottrel, eco proba
- [CONV]: Queffelec, Analyse agras
- [COT]: Lejeune, T31 DEV.

Commentaires:

- peut être parler vecteur gaussien
- faire annexe avec loi interprétation de var CO, TS calcul proba
- Marche aléa retire comme dev, mais c'est fun